

Graficul și semnul funcției de gradul al doilea

Funcția de gradul al doilea este o funcție de forma:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0.$$

Graficul funcției de gradul al doilea

Graficul funcției de gradul al doilea se numește parabolă. Vârful parabolei este punctul de coordonate

$$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) \in G_f.$$

Intersecția graficului cu axele de coordonate

1. $G_f \cap Ox$:

$$f(x) = 0$$

$$a) \Delta > 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow A(x_1, 0) \in Ox \text{ și } B(x_2, 0) \in Ox.$$

$$b) \Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} \Rightarrow A\left(-\frac{b}{2a}, 0\right) \in Ox$$

$$c) \Delta < 0 \Rightarrow f(x) = 0 \text{ nu are soluții reale} \Rightarrow G_f \cap Ox = \emptyset.$$

Observație. În cazul a) spunem că parabola intersectează axa Ox ; în cazul b) spunem că parabola este tangentă axei Ox ; în cazul c) spunem că parabola nu intersectează axa Ox .

2. $G_f \cap Oy$:

$$x = 0$$

$$f(0) = m \Rightarrow M(0, m) \in Oy.$$

Observație. Parabola întotdeauna intersectează axa Oy .

Concavitate, convexitate

Dacă $a > 0$ graficul este convex ("ține apă").

Dacă $a < 0$ graficul este concav (nu "ține apă").

Semnul funcției de gradul al doilea

A determina semnul funcției de gradul doi înseamnă a găsi valorile lui x pentru care funcția este pozitivă, precum și valorile lui x pentru care funcția este negativă.

Semnul funcției de gradul doi se stabilește în funcție de semnul discriminantului și semnul lui a , astfel:

$$1. \Delta > 0 \Rightarrow \exists x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 < x_2$$

Funcția f are semnul lui a în afara rădăcinilor și semn contrar lui a între rădăcini.

$$2. \Delta = 0 \Rightarrow \exists x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

$$\mathbb{R} - \left\{ -\frac{b}{2a} \right\}.$$

Funcția f are semnul lui a pe

$$3. \Delta < 0 \Rightarrow \text{nu există rădăcini reale}$$

Funcția f are semnul lui a pe $\mathbb{R}$.