

Derivate laterale

1. Derivata la stânga

Fie $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ și $x_0 \in A$, $A \cap (-\infty, x_0) \neq \emptyset$.

Definiție. Funcția f are derivată la stânga în x_0 dacă limita

$$\lim_{x \rightarrow x_0, x < x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \text{ există în } \overline{\mathbb{R}}.$$

Această limită se notează $f'_s(x_0)$ și se numește **derivata la stânga a funcției f în punctul x_0** .
Spunem că funcția f este **derivabilă la stânga în x_0** dacă derivata la stânga în x_0 există și este finită.

2. Derivata la dreapta

Fie $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ și $x_0 \in A$, $A \cap (x_0, +\infty) \neq \emptyset$.

Definiție. Funcția f are derivată la dreapta în x_0 dacă limita

$$\lim_{x \rightarrow x_0, x > x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \text{ există în } \overline{\mathbb{R}}.$$

Această limită se notează $f'_d(x_0)$ și se numește **derivata la dreapta a funcției f în punctul x_0** .
Spunem că funcția f este **derivabilă la dreapta în x_0** dacă derivata la dreapta în x_0 există și este finită.

3. Existența derivatei într-un punct folosind derivatele laterale

Teoremă.

- Funcția f **are derivată în x_0** dacă și numai dacă f are derivate laterale în x_0 și $f'_s(x_0) = f'_d(x_0) = f'(x_0)$.
- Funcția f **este derivabilă în x_0** dacă și numai dacă f este derivabilă la stânga și la dreapta în x_0 și $f'_s(x_0) = f'_d(x_0) = f'(x_0)$.