

Divizibilitatea numerelor întregi

Un număr întreg a este divizibil cu un număr întreg b , dacă există un număr întreg c , astfel încât $a = bc$.

Sau, alfel spus, a este divizibil cu b dacă a se împarte exact la b (restul împărțirii este 0).

Notatii:

$a : b$ (a este divizibil cu b)

$b \mid a$ (b divide pe a)

Exemple:

$$-12 : 3, \text{ pt. că: } -12 = 3 \cdot (-4)$$

$$-5 \mid 30, \text{ pt. că: } 30 = (-5) \cdot 6$$

Mulțimea divizorilor unui număr întreg n este:

$$D_n = \{ p \in \mathbb{Z} \text{ și } p \mid n \}$$

Exemplu:

$$D_6 = \{ 1, 2, 3, 6, -1, -2, -3, -6 \}$$

Observație: Dacă n este număr prim, acesta are 4 divizori întregi:

$$D_n = \{ \pm 1, \pm n \}$$

Mulțimea multiplilor unui număr întreg n este:

$$M_n = \{ q \in \mathbb{Z} \text{ și } n \mid q \}$$

Exemplu:

$$M_6 = \{ 0, \pm 6, \pm 12, \pm 18, \dots \}$$

Proprietățile relației de divizibilitate

1. $\forall a \in \mathbb{Z}, a \mid a \text{ și } -a \mid a$

2. $\forall a \in \mathbb{Z}, 1 \mid a \text{ și } -1 \mid a$

3. $\forall a \in \mathbb{Z}, a \mid 0$

4. $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}: a \mid b, b \mid c \Rightarrow a \mid c$

$$5. \forall a, b, c \in \mathbb{Z}: a \mid b, a \mid c \Rightarrow \begin{cases} a \mid b + c \\ a \mid b - c \\ a \mid b \cdot c \end{cases}$$

www.Lectii-Virtuale.ro