Teorie- noțiunea de permutare

Definiție. Fie o mulțime finită cu n elemente, n număr natural nenul,

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$.

Se numește **permutare a mulțimii A,** oricare mulțime ordonată formată cu elementele acesteia**.**

Definiție. Se numește **permutare de grad n** a mulțimii A={1,2,..., n}, orice funcție bijectivă

$\sigma : A \to A$

Mulțimea permutărilor de grad n se notează cu Sn, iar numărul de elemente al acesteia este **|Sn|=n!.**

Permutările de grad n se notează de obicei cu litere grecești și se reprezintă sub forma

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & k & \dots & n \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \dots & \sigma(k) & \dots & \sigma(n) \end{pmatrix}$$

Exemple:

Dacă n=1, A={1}, |S1|=1!=1, iar

$$S_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Dacă n=2, A={1,2}, |S2|=2!=2, iar

$$S_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Dacă n=3, A= {1,2,3}, |S3|= 3!=6, iar

$$S_3 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Definiție.Se numește **permutare identică de grad n**, permutarea

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & k & \dots & n \\ 1 & 2 & \dots & k & \dots & n \end{pmatrix}$$

Definiție. Se numește **transpoziție** permutarea care lasă neschimbate toate elementele cu excepția elementelor i, j pe care le schimbă între ele, notată cu

$$\delta_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & i-1 & i & i+1 & \dots & k & \dots & j-1 & j & j+1 & \dots & n \\ 1 & 2 & \dots & i-1 & j & i+1 & \dots & k & \dots & j-1 & i & j+1 & \dots & n \end{pmatrix}$$

Exemple. Dacă n=4,

$$\delta_{23} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} = (23) \qquad \delta_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$