Teorie- operații cu permutări (aplicații)

Definiție. **Compunerea** sau **produsul** a două permutări de grad n este tot o permutare de grad n definită astfel

$(\sigma \circ \delta)(k) = \sigma(\delta(k)),\ \forall k \in A,\ \sigma,\delta \in S_n,\ A = \{1,2,\ldots,n\}$

sau altfel scris

$$\sigma\delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ \sigma(\delta(1)) & \sigma(\delta(2)) & \ldots & \sigma(\delta(n)) \end{pmatrix}$$

Proprietăți ale compunerii permutărilor de grad n

1. Proprietatea de asociativitate

$(\sigma\delta)\theta = \sigma(\delta\theta),\ \forall \sigma,\delta,\theta \in S_n$

2. Proprietatea elementului neutru

$\sigma e = e\sigma = \sigma, \forall \sigma \in S_n$

3. Proprietatea elementului invers

$\forall \sigma \in S_n,\ \exists \sigma^{-1} \in S_n \text{ astfel încât } \sigma\sigma^{-1} = \sigma^{-1}\sigma = e$

Puterea unei permutări de grad n

$\sigma^0 = e,\ \sigma^1 = \sigma,\ \sigma^2 = \sigma\sigma,\ \sigma^3 = \sigma\sigma\sigma,\ \ldots,\ \sigma^n = \underbrace{\sigma\sigma\ldots\sigma}_{n},\ n \in \mathbb{N},\ \sigma \in S_n$

Proprietăți ale puterilor permutărilor de grad n

$\sigma^m\sigma^n = \sigma^{m+n},\ \forall m,n \in \mathbb{N},\ \forall \sigma \in S_n$

$(\sigma^m)^n = \sigma^{mn}, \forall m,n \in \mathbb{N},\ \forall \sigma \in S_n$