

Teorie- operații cu permutări (aplicații)

Definiție. **Compunerea** sau **produsul** a două permutări de grad n este tot o permutare de grad n definită astfel

$$(\sigma \circ \delta)(k) = \sigma(\delta(k)), \forall k \in A, \sigma, \delta \in S_n, A = \{1, 2, \dots, n\}$$

sau altfel scris

$$\sigma \delta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ \sigma(\delta(1)) & \sigma(\delta(2)) & \dots & \sigma(\delta(n)) \end{pmatrix}$$

Proprietăți ale compunerii permutărilor de grad n

1. Proprietatea de asociativitate

$$(\sigma \delta) \theta = \sigma(\delta \theta), \forall \sigma, \delta, \theta \in S_n$$

2. Proprietatea elementului neutru

$$\sigma e = e \sigma = \sigma, \forall \sigma \in S_n$$

3. Proprietatea elementului invers

$$\forall \sigma \in S_n, \exists \sigma^{-1} \in S_n \text{ astfel încât } \sigma \sigma^{-1} = \sigma^{-1} \sigma = e$$

Puterea unei permutări de grad n

$$\sigma^0 = e, \sigma^1 = \sigma, \sigma^2 = \sigma \sigma, \sigma^3 = \sigma \sigma \sigma, \dots, \sigma^n = \underbrace{\sigma \sigma \dots \sigma}_n, n \in \mathbb{N}, \sigma \in S_n$$

Proprietăți ale puterilor permutărilor de grad n

$$\sigma^m \sigma^n = \sigma^{m+n}, \forall m, n \in \mathbb{N}, \forall \sigma \in S_n$$

$$(\sigma^m)^n = \sigma^{mn}, \forall m, n \in \mathbb{N}, \forall \sigma \in S_n$$