

Produsul scalar a doi vectori

Fie \vec{a}, \vec{b} doi vectori și α unghiul dintre aceștia.

Definiție. Produsul scalar al celor doi vectori este numărul real:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha.$$

Produsul scalar se mai poate exprima și astfel:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = pr_b \vec{a} \cdot |\vec{b}|.$$

Observații:

1. Dacă $\alpha = 90^\circ$ (vectorii sunt ortogonali) $\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

2. Dacă $\alpha = 0^\circ$ (vectorii sunt coliniari) $\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Proprietățile produsului scalar

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (comutativitate)

2. $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2 \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$

3. $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$.

Cosinusul unghiului dintre doi vectori

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}.$$