

Funcții monotone

Fie funcția

$$f: A \rightarrow B, A, B \subseteq \mathbb{R}.$$

Definiții:

- Funcția f este **crescătoare pe A** dacă:

$$\forall x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2).$$

- Funcția f este **strict crescătoare pe A** dacă:

$$\forall x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2).$$

- Funcția f este **descrescătoare pe A** dacă:

$$\forall x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2).$$

- Funcția f este **strict descrescătoare pe A** dacă:

$$\forall x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2).$$

- Funcția f este **monotonă pe A** dacă este crescătoare sau descrescătoare.

Modalități de a studia monotonia unei funcții:

Fie $f: A \rightarrow B, x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2$.

1. Calculăm diferența $f(x_1) - f(x_2)$ și o comparăm cu zero:

$$a) f(x_1) - f(x_2) < 0 \Rightarrow f \text{ strict crescătoare}$$

$$b) f(x_1) - f(x_2) > 0 \Rightarrow f \text{ strict descrescătoare}.$$

2. Studiem semnul raportului de mai jos, numit raport de variație a funcției:

$$R = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \quad x_1, x_2 \in A, x_1 \neq x_2.$$

$$a) R > 0 \Rightarrow f \text{ strict crescătoare}$$

$$b) R < 0 \Rightarrow f \text{ strict descrescătoare}.$$