

Operații cu numere complexe scrise sub forma algebrică**Operații cu numere complexe**

$$z = a + bi, z' = c + di, a, b, c, d \in \mathbb{R}.$$

Adunarea:

$$z + z' = (a + c) + (b + d)i$$

Scăderea:

$$z - z' = (a - c) + (b - d)i$$

Înmulțirea:

$$z \cdot z' = (a + bi) \cdot (c + di) = ac - bd + (ad + bc)i$$

Puterile numărului i

$$i^{4k} = 1$$

$$i^{4k+1} = i$$

$$i^{4k+2} = -1$$

$$i^{4k+3} = -i.$$

Conjugatul unui număr complex

Dacă $z = a+bi$ este un număr complex, atunci conjugatul lui z este numărul:

$$\bar{z} = a - bi.$$

Proprietăți ale numerelor complexe conjugate:

$$a) \quad z + \bar{z} \in \mathbb{R}$$

$$b) \quad z \cdot \bar{z} \in \mathbb{R}.$$

$$c) \quad \overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'$$

$$d) \quad \overline{z \cdot z'} = \bar{z} \cdot \bar{z}'$$

$$e) \quad \overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'}$$

$$f) \quad \overline{z^n} = (\bar{z})^n$$

$$g) \quad \overline{\bar{z}} = z.$$

Observație. Pentru a demonstra că un număr complex z este real, arătăm că numărul z este egal cu conjugatul său.

$$z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow z = \bar{z}.$$

Raportul a două numere complexe

Pentru a calcula raportul a două numere complexe, se amplifică fracția cu conjugatul numitorului.

Modulul unui număr complex

Dacă $z = a+bi$ este un număr complex, atunci modulul lui z este numărul real pozitiv:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Proprietăți ale modulului:

a) $|z| \geq 0, \forall z \in \mathbb{C}$

b) $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$

c) $|z| = |\bar{z}|$

d) $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$

e) $|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|$

f) $\left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|}, z' \neq 0$

g) $|z^n| = |z|^n$

h) $|z + z'| \leq |z| + |z'|.$