

Proprietăți ale șirurilor care au limită

Au loc următoarele proprietăți ale șirurilor care au limită:

P1. Prin adăugarea sau înlăturarea unui număr finit de termeni dintr-un șir care are limită, se obține un alt șir având aceeași limită.

P2. Dacă (x_n) este un șir de numere reale pozitive $(x_n \geq 0, \forall n)$ având limita l , atunci și limita sa este pozitivă $(l \geq 0)$.

P3. Dacă (x_n) este un șir crescător de numere reale având limita l , atunci $x_n \leq l, \forall n$ (limita unui șir crescător este mai mare decât toți termenii șirului).

P4. Dacă (x_n) este un șir descrescător de numere reale având limita l , atunci $x_n \geq l, \forall n$ (limita unui șir descrescător este mai mică decât termenii șirului).

P5. Dacă un șir are limită, atunci orice subșir al său are aceeași limită.

- **Consecință (Criteriu de divergență).** Dacă un șir conține două subșiruri convergente, având limite diferite, atunci șirul este divergent.

P6. Dacă (x_n) este un șir convergent, atunci șirul $(|x_n|)$ este convergent și $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n| = \left| \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \right|$ (limita modulului este egală cu modulul limitei).

P7. Orice șir convergent este mărginit.

- **Consecință (Criteriu de divergență).** Dacă un șir este nemărginit, atunci el este divergent.