Relațiile lui Viete. Formarea ecuației de gradul doi când se cunosc rădăcinile

Relațiile lui Viète stabilesc o legătură între rădăcinile reale ale ecuației de gradul al doilea și coeficienții acesteia.

Fie ecuația:

$$ax^2+bx+c=0,\quad a,b,c\in\mathbb{R}, a\neq 0$$

cu rădăcinile:

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\triangle}}{2a}, x_2=\frac{-b+\sqrt{\triangle}}{20}, unde\ \triangle=b^2-4ac\geq 0.$$

Au loc următoarele relații:

$$Relațiile\ lui\ Viete: \boxed{\begin{array}{l} S=x_1+x_2=-\frac{b}{a} \\ P=x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}\end{array}}$$

Observație. Cu ajutorul relațiilor lui Viète putem calcula suma și produsul rădăcinilor ecuației de gradul al doilea fără a cunoaște rădăcinile.

Formarea ecuației de gradul doi când se cunosc rădăcinile

Atunci când se cunosc rădăcinile reale ale ecuației de gradul al doilea putem forma ecuația calculând suma și produsul rădăcinilor. Ecuația va fi:

$$\boxed{x^2-Sx+P=0.}$$

Natura și semnele rădăcinilor ecuației de gradul al doilea

1. Dacă $\triangle<0\Rightarrow$ ecuația de gradul doi nu are rădăcini reale
2. Dacă $\triangle\geq 0\Rightarrow$ ecuația de gradul doi are rădăcini reale.

Semnul soluțiilor reale se stabilește cu ajutorul semnului produsului P și al sumei S, conform tabelului de mai jos:

P>0	S>0	$x_1 > 0,\ x_2 > 0$
	S<0	$x_1 < 0,\ x_2 < 0$
P<0	S>0	$x_1 < 0,\ x_2 > 0, \|x_1\| < x_2$
	S<0	$x_1 < 0,\ x_2 > 0\ , \|x_1\| > x_2$

Cazuri particulare:

- Dacă S = 0, rădăcinile sunt egale în modul și de semne contrare:

$x_1 = -x_2$.

- Dacă P = 0, una dintre rădăcini este zero:

$x_1 = 0\ sau\ x_2 = 0$.