

Șiruri monotone

Șirul (x_n) este **strict crescător** dacă $x_n < x_{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Șirul (x_n) este **strict descrescător** dacă $x_n > x_{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Șirul (x_n) este **strict monoton** dacă este strict crescător sau strict descrescător.

Observație. Dacă în inegalitatea de mai sus avem semnul $\leq (\geq)$ atunci șirul este crescător (descrescător).

Pentru a studia monotonia unui șir se calculează diferența a doi termeni consecutivi și se compară cu zero:

$$x_{n+1} - x_n > 0, \forall n \Rightarrow (x_n) \text{ strict crescător}$$

$$x_{n+1} - x_n < 0, \forall n \Rightarrow (x_n) \text{ strict descrescător.}$$

Dacă șirul are toți termenii *strict pozitivi*, atunci putem studia monotonia șirului comparând raportul a doi termeni consecutivi cu 1.

$$x_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} > 1 \Leftrightarrow x_{n+1} > x_n \Rightarrow (x_n) \text{ strict crescător}$$

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} < 1 \Leftrightarrow x_{n+1} < x_n \Rightarrow (x_n) \text{ strict descrescător.}$$