Varianta 077

SUBIECTUL I

a) 0. b) $\begin{cases} a=-1 \\ b=-3 \end{cases}$ .c) $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}$ .d) 10. e) $y=3$. f) $z=-\frac{7}{8}+3i$.

SUBIECTUL II

1.

a) $x=3$. b) Există $4!=24$ numere. c) $2^7=128.$ d) x=26.e) $\frac{3}{2}$.

2.

a) $f'(x)=2007\cdot x^{2006}$. b) 2007.

c) Cum $f'(0)=0$ şi $f'(x)>0$ pentru $x\in\mathbf{R}^*$ avem că f este strict crescătoare pe **R**. Numărul cerut este 0.d) $\frac{1}{2008}$. e) $+\infty$.

SUBIECTUL III

a) $A^2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$ .b) 1. c) $x_2=1.$ Din $f(1)=0\Rightarrow m=3.$

d) Se observă că $x=1$ este soluție. Cu schema lui Horner, ecuația devine $(x-1)(x^2-2x-8)=0\Leftrightarrow x\in\{-2,1,4\}.$ Se observă că numerele -2,1,4 sunt în progresie aritmetică, deci $m=3$, găsit la c), convine.

e) Avem

$(I_2+A)(I_2+a\cdot A)=I_2\Leftrightarrow I_2+a\cdot A+A+a\cdot A^2=I_2\Leftrightarrow(a+1)A=O_2\Leftrightarrow a=-1.$

f) Folosind a) avem $A^{2n}=O_2, A^{2n+1}=A, n\in\mathbf{N}^*.$ Pentru n număr par, $\det(I_2+A^n)=\det I_2=1,$ iar pentru n număr impar, $\det(I_2+A^n)=\det(I_2+A)=1.$

g) Dacă $m=3$ atunci efectuând împărțirea obținem restul $55X^2-66X-120$.

SUBIECTUL IV

a) $f'(x)=\frac{-1}{2\sqrt{6-x}}, x\in(-\infty,6)$.

b) $y=x,\ \ f(x)=y\Rightarrow\sqrt{6-x}=x$. Dacă $x<0$ atunci ecuația nu are soluție. Dacă $x\in[0,6]$, atunci ecuația devine $6-x=x^2\Leftrightarrow x\in\{2,-3\}$, deci $x=2$ şi $y=2$. Convine $A(2,2)$.

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty\Rightarrow$ nu există asimptotă orizontală la $-\infty$.

Cum $m=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{6-x}}{x}=0$, nu avem nici asimptotă oblică spre $-\infty$.

d) Avem $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{6-x}}$, $f''(x) = \frac{-1}{4\sqrt{(6-x)^3}} < 0$, $\quad x \in (-\infty, 6)$ şi f continuă pe $(-\infty, 6]$. Atunci f este concavă pe $(-\infty, 6]$.

e) $-\frac{1}{2}$. f) $\int_2^5 f(x)dx = \frac{14}{3}$.

g) Din a) avem că f este descrescătoare, deci

$2 \le x \le 5 \Rightarrow 1 = f(5) \le f(x) \le 2 = f(2) \Rightarrow f(1) \ge f(f(x)) \ge f(2)$, atunci

$2 \le (f \circ f)(x) \le \sqrt{5}$.