Ministerul Educației și Cercetării – Serviciul Național de Evaluare și Examinare

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* …068**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate *Oxy*, se consideră punctele $A_n(n,0)$ şi $B_n(0,n)$, unde $n \in \{1,2,3,4\}$ şi se notează cu M mulțimea formată din toate aceste 8 puncte.

(4p) **a)** Să se calculeze distanța dintre punctele A_2 și B_2.

(4p) **b)** Să se determine ecuația dreptei A_1B_3.

(4p) **c)** Să se determine ecuația paralelei prin B_1 la dreapta A_1B_3.

(4p) **d)** Să se calculeze aria triunghiului $A_1A_4B_4$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\sin\left(A_1\hat{A_2}B_2\right)$.

(2p) **f)** Să se calculeze câte drepte determină toate punctele mulțimii M.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze $a+b$ ştiind că numerele $3,a,4,b,5$ sunt, în această ordine, în progresie aritmetică.

(3p) **b)** Să se determine numărul natural c pentru care $\frac{(c+4)!}{(c+3)!}=5$ (se ştie că pentru $n \in \mathbf{N}^*$ se notează $n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot ...\cdot n$).

(3p) **c)** Să se determine câte soluții are în $\mathbf{Z}_5$ ecuația $\hat{3}\cdot x=\hat{4}$.

(3p) **d)** Să se calculeze numărul funcțiilor $f:\{3,4,5\}\to\{3,4,5\}$ pentru care $f(3)$ este număr impar.

(3p) **e)** Să se calculeze în câte feluri se poate alcătui o echipă formată din 5 persoane, dacă avem la dispoziție 8 persoane.

2. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x^4}+\frac{1}{x^5}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0,\infty)$.

(3p) **b)** Să se determine ecuațiile asimptotelor la graficul funcției f.

(3p) **c)** Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe $(0,\infty)$.

(3p) **d)** Să se determine cel mai mare dintre numerele $a=f(\sqrt{3})$ și $b=f(\sqrt{5})$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră polinomul $f = X^3 + aX^2 + bX + c$, $a,b,c \in \mathbf{R}$ şi se notează cu $x_1, x_2, x_3 \in \mathbf{C}$ rădăcinile sale.

(4p) **a)** Să se arate că dacă $a+b+c=-1$, atunci $f(1)=0$.

(4p) **b)** Să se determine $a,b,c \in \mathbf{R}$, dacă polinomul f are rădăcinile egale cu 1 , 2 şi 3.

(4p) **c)** Să se arate că dacă $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = b$, atunci $a^2 = 3b$.

(2p) **d)** Să se arate că dacă $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = b$, atunci $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -3c$.

(2p) **e)** Să se determine rădăcinile polinomului f în cazul în care $a=1, b=-3, c=1$.

(2p) **f)** Să se arate că dacă $a,b,c \in \mathbf{Z}$, atunci $A = f(-1) + f(1)$ este un număr par.

(2p) **g)** Să se arate că dacă $a,b \in \mathbf{Z}$, atunci nu există $c \in \mathbf{Z}$ astfel încât

$$f(-1) + f(1) + f(-i) + f(i) = 2007.$$

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f:(0,\infty) \to \mathbf{R}$, $g:(0,\infty) \to \mathbf{R}$ definite prin $f(x) = x + \frac{1}{x}$, $g(x) = 1 + \ln x - x$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0,\infty)$.

(4p) **b)** Să se determine punctele de extrem local ale funcției f.

(4p) **c)** Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

(2p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} \left(f'(2) \cdot f'(3) \cdot \ldots \cdot f'(n) \right)$.

(2p) **e)** Să se calculeze $g'(x)$, $x \in (0,\infty)$.

(2p) **f)** Să se demonstreze că $1 + \ln x \le x$, $\forall x \in (0,\infty)$.

(2p) **g)** Să se arate că $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(1+\cos x)dx \le 1$.