

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...099
Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.
La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(3, -2)$ la punctul $B(-2, 3)$.
- (4p) b) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(1 + 3i)(4 - 2i) = a + bi$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{15}$.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $-4 - 9i$.
- (2p) e) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(3, -2)$ și $B(-2, 3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Dacă în triunghiul ABC , $AB = 3$, $AC = 8$ și $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$, să se calculeze BC .

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 20 \\ 2 & 30 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $3^n \geq 28$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $64^x - 32 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_8 x = 3$.
- (3p) e) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^4 + 1$ la polinomul $g = X^2 + X + 1$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R}^* \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 + \frac{1}{x^4}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}^*$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}{n^2}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale
Varianta 099

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$, se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și funcția

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x^2 - 9.$$

- (4p) a) Să se determine $x \in \mathbf{N}$ astfel încât $f(x) = 0$.
- (4p) b) Să se calculeze $\det(A)$.
- (4p) c) Să se calculeze A^2 .
- (2p) d) Să se arate că $A^2 = 5A + 6I_2$.
- (2p) e) Să se calculeze $f(1) + f(2) + \dots + f(20)$.
- (2p) f) Să se rezolve inecuația $\frac{f(x-1)}{x} \geq 0$, pentru $x \in \mathbf{R}^*$.
- (2p) g) Să se determine numerele $p, q \in \mathbf{R}$ astfel încât $A^4 = p \cdot A + q \cdot I_2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A = \mathbf{R} - \{-1, -2, -3\}$ și funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$,

$h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)$, $g(x) = f'(x)$, $h(x) = g'(x)$ și $u : A \rightarrow \mathbf{R}$,

$$u(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3}.$$

- (4p) a) Să se calculeze $u'(x)$, $x \in A$.
- (4p) b) Să se arate că $g(x) = f(x) \cdot u(x)$, $\forall x \in A$.
- (4p) c) Să se arate că $u'(x) < 0$, $\forall x \in A$.
- (2p) d) Să se arate că $u'(x) = \frac{f(x) \cdot h(x) - g^2(x)}{f^2(x)}$, $\forall x \in A$.
- (2p) e) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției u .
- (2p) f) Să se calculeze $\int_0^1 u(x) dx$.
- (2p) g) Să se arate că $g^2(x) > h(x) \cdot f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.