

Sisteme formate dintr-o ecuație de gradul I și o ecuație de gradul II

Forma generală a unui sistem format dintr-o ecuație de gradul I și o ecuație de gradul II este:

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 + d_1x + e_1y + f_1 = 0, \end{cases}$$

unde $a, b, c, a_1, b_1, c_1, d_1, e_1, f_1 \in \mathbb{R}$, $a_1 \neq 0$.

Pentru a rezolva un astfel de sistem folosim metoda substituției:

-din ecuația de gradul întâi se exprimă una din necunoscute în raport cu cealaltă; de exemplu:

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}, \quad b \neq 0.$$

-apoi se trece la substituirea acesteia în ecuația de gradul doi;

-se rezolvă ecuația de gradul doi obținută;

-soluțiile ecuației de gradul doi (dacă există) sunt înlocuite în ecuația

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}, \quad b \neq 0.$$

Astfel se determină soluțiile sistemului, adică perechile de forma:

$$S = \{(x_1, y_1); (x_2, y_2)\}.$$

Interpretarea geometrică

Soluția sau soluțiile sistemului sunt puncte situate pe fiecare reprezentare grafică a ecuațiilor sistemului. Prin urmare, aceste puncte aparțin atât dreptei d corespunzătoare ecuației de gradul întâi, cât și parabolei P corespunzătoare ecuației de gradul doi. Spunem că soluțiile reale ale sistemului dau coordonatele punctelor de intersecție ale dreptei cu parabola.

Distingem trei situații posibile:

1. dacă sistemul are două soluții, atunci dreapta d este **secantă** parabolei P (dreapta și parabola au două puncte comune)
2. dacă sistemul are o soluție, atunci dreapta d este **tangentă** parabolei P (dreapta și parabola au un singur punct comun)
3. dacă sistemul nu are soluții reale, dreapta d este **exterioară** parabolei P (dreapta și parabola nu au puncte comune).