Sisteme omogene

Sistemele omogene sunt sisteme în care cele două polinoame conțin doar monoame de același grad. Sistemele omogene au forma generală:

$$(S):\begin{cases} a_1x^2+b_1xy+c_1y^2=d_1 \\ a_2x^2+b_2xy+c_2y^2=d_2 \end{cases}$$

Metoda de rezolvare a sistemelor omogene

CAZ 1. $d_1\neq 0$ și $d_2\neq 0$.

Se realizează o combinație a celor două ecuații astfel încât prin adunarea lor să obținem termenul liber egal cu zero.

$$\begin{cases} a_1x^2+b_1xy+c_1y^2=d_1 \ \ |\cdot\alpha\neq 0 \\ a_2x^2+b_2xy+c_2y^2=d_2 \ \ |\cdot\beta\neq 0 \end{cases}$$

Se adună cele două ecuații, iar ecuația astfel obținută devine a doua ecuație a sistemului. Prima ecuație se copiază. Obținem astfel un sistem echivalent cu sistemul (S), de forma:

$$(S'):\begin{cases} a_1x^2+b_1xy+c_1y^2=d_1 \\ a_3x^2+b_3xy+c_3y^2=0 \end{cases}$$

A doua ecuație devine;

$$a_3x^2+b_3xy+c_3y^2=0 \ \ |:x^2 \ \ (x\neq 0)\Rightarrow \ \ a_3+b_3\frac{y}{x}+c_3\left(\frac{y}{x}\right)^2=0$$

$$Not.\ \frac{y}{x}=t\Rightarrow \ \ a_3+b_3t+c_3t^2=0$$

Rezolvăm ecuația de gradul doi obținută.

- Dacă nu există soluții reale, atunci sistemul dat nu are soluție.
- Dacă avem soluții reale se revine la notația făcută.

$$a)\ \triangle>0\Rightarrow \exists\, t_1,t_2\in\mathbb{R},\ t_1\neq t_2:$$

$$\frac{y}{x}=t_1\Rightarrow y=t_1x \quad \text{și} \quad \frac{y}{x}=t_2\Rightarrow y=t_2x$$

$$b)\ \triangle=0\Rightarrow \exists\, t_1,t_2\in\mathbb{R},\ t_1=t_2=t:$$

$$\frac{y}{x}=t\Rightarrow y=tx$$

În ambele situații se continuă cu rezolvarea sistemelor de mai jos (sisteme formate dintr-o ecuație de gradul întâi și o ecuație de gradul doi):

www.Lectii-Virtuale.ro

a) $\begin{cases} y = t_1 x \\ a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1 \end{cases}$ și $\begin{cases} y = t_2 x \\ a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = tx \\ a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1 \end{cases}$

CAZ 2. $d_1 = 0$ *sau* $d_2 = 0$.

În acest caz obținem un sistem de forma (S') care se rezolvă după algoritmul prezentat mai sus.

www.Lectii-Virtuale.ro