

Limite de funcții (funcția constantă, polinomială, rațională)**1. Limita funcției constante**

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = c, c \in \mathbb{R}$.

Atunci $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = c, \forall x_0 \in \mathbb{R}$.

2. Limita funcției polinomiale

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție polinomială de grad n ($n \in \mathbb{N}$),

$$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n, a_0 \neq 0.$$

- Dacă x_0 este un punct de acumulare finit, atunci limita se obține înlocuind pe x cu x_0 :
 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.
- Dacă x_0 este un punct de acumulare infinit, atunci limita funcției polinomiale este aceeași cu limita termenului de grad maxim:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} a_0 x^n \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} a_0 x^n. \end{aligned}$$

3. Limita funcției raționale

Fie $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}, f : \mathbb{R} - \{x \mid Q(x) = 0\} \rightarrow \mathbb{R}$, unde P și Q sunt funcții polinomiale.

- Limita funcției raționale într-un punct de acumulare finit x_0 în care nu se anulează numitorul este egală cu valoarea ei în acel punct:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x_0)}{Q(x_0)}, Q(x_0) \neq 0.$$

- Pentru a calcula limita funcției raționale într-un punct de acumulare finit x_0 în care se anulează numitorul, vom analiza următoarele situații:

- a) Dacă și numărătorul $P(x)$ se anulează în x_0 , atunci simplificăm mai întâi fracția prin $x - x_0$.
- b) Dacă numărătorul $P(x)$ nu se anulează în x_0 , atunci se calculează limitele laterale.

- Pentru a calcula limita funcției raționale la $\pm\infty$ se compară gradul numărătorului cu gradul numitorului.