Diviziuni ale unui interval [a,b]. Sume Riemann

1. Diviziuni ale unui interval

Definiţii.

- Fie [a,b] un interval de numere reale închis şi mărginit. Se numeşte **diviziune a intervalului [a,b]** un sistem de puncte $\Delta=\left(x_1,x_2,\ldots,x_n\right)$ astfel încât $a=x_0<x_1<\ldots<x_{n-1}<x_n=b$.
- Punctele $x_0,x_1,\ldots,x_n$ se numesc **puncte de diviziune.**
- Intervalele $\left[x_0,x_1\right],\left[x_1,x_2\right],\ldots,\left[x_n,x_{n-1}\right]$ se numesc **intervale de diviziune.**
- Sistemul de puncte $\xi=\left(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n\right),\xi_i\in\left[x_{i-1},x_i\right],i=\overline{1,n}$ se numeşte **sistem de puncte intermediare** asociat diviziunii Δ.
- Se numeşte **norma diviziunii** Δ cea mai mare dintre lungimile intervalelor de diviziune $\left[x_0,x_1\right],\left[x_1,x_2\right],\ldots,\left[x_n,x_{n-1}\right]$.

Notaţie: $\|\Delta\|=max\left(x_i-x_{i-1}\right),i=\overline{1,n}$.

- Diviziunea Δ se numeşte **echidistantă** dacă toate intervalele de diviziune au aceeaşi lungime.

2. Sume Riemann

Fie $f:[a,b]\to\mathbb{R}$, $\Delta=\left(x_1,x_2,\ldots,x_n\right)$ o diviziune a intervalului $[a,b]$ şi sistemul de puncte intermediare $\xi=\left(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n\right)$ asociat diviziunii Δ.
Se numeşte **suma Riemann** asociată funcţiei f, diviziunii Δ şi sistemului de puncte intermediare ξ, numărul real

$$\sigma_\Delta\left(f,\xi\right)=\sum_{i=1}^{n}f(\xi_i)\cdot\left(x_i-x_{i-1}\right).$$