Proprietăţile integralei definite

P1. (Proprietatea de liniaritate). Fie $f, g : [a, b] \to \mathbb{R}$ două funcţii integrabile pe [a,b] şi $\alpha \in \mathbb{R}$. Atunci:

- funcţia $f + g$ este integrabilă pe [a,b] şi $\int_a^b [f(x) + g(x)]\, dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$
- funcţia αf este integrabilă pe [a,b] şi $\int_a^b (\alpha f)(x)dx = \alpha \int_a^b f(x)$.

P2. (Proprietatea de aditivitate la interval). Fie $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ şi $c \in (a, b)$ astfel încât f să fie integrabilă pe intervalele [a,c] şi [c,b]. Atunci f este integrabilă pe [a,b] şi are loc relaţia $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

P3. (Pozitivitatea integralei). Fie $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ o funcţie integrabilă pe [a,b] astfel încât $f(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$. Atunci $\int_a^b f(x)dx \geq 0$.

P4. (Monotonia integralei). Fie $f, g : [a, b] \to \mathbb{R}$ funcţii integrabile pe [a,b] astfel încât $f(x) \leq g(x), \forall x \in [a, b]$. Atunci $\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$.

P5. (Inegalitatea mediei). Fie $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ o funcţie integrabilă pe [a,b] şi $m, M \in \mathbb{R}$ astfel încât $m \leq f(x) \leq M, \forall x \in [a, b]$. Atunci are loc relaţia $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$.

P6. (Modulul integralei). Fie $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ o funcţie continuă. Atunci $|f|$ este funcţie integrabilă pe [a,b] şi are loc inegalitatea $\left|\int_a^b f(x)dx\right| \leq \int_a^b |f(x|\, dx$.