Limite de funcţii (funcţia constantă, polinomială, raţională)

1. Limita funcţiei constante

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=c, c\in\mathbb{R}$.

Atunci $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=c, \forall x_0\in\overline{\mathbb{R}}$.

2. Limita funcţiei polinomiale

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ o funcţie polinomială de grad n $(n\in\mathbb{N})$,
$f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+...+a_n, a_0\neq 0$.

- Dacă x_0 este un punct de acumulare finit, atunci limita se obţine înlocuind pe x cu x_0: $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$.
- Dacă x_0 este un punct de acumulare infinit, atunci limita funcţiei polinomiale este aceeaşi cu limita termenului de grad maxim:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} a_0x^n$$
$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} a_0x^n.$$

3. Limita funcţiei raţionale

Fie $f(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}, f:\mathbb{R}-\{x\mid Q(x)=0\}\to\mathbb{R}$, unde P şi Q sunt funcţii polinomiale.

- Limita funcţiei raţionale într-un punct de acumulare finit x_0 în care nu se anulează numitorul este egală cu valoarea ei în acel punct:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{P(x)}{Q(x)}=\frac{P(x_0)}{Q(x_0)}, Q(x_0)\neq 0.$$

- Pentru a calcula limita funcţiei raţionale într-un punct de acumulare finit x_0 în care se anulează numitorul, vom analiza următoarele situaţii:

a) Dacă şi numărătorul P(x) se anulează în x_0, atunci simplificăm mai întâi fracţia prin $x-x_0$.
b) Dacă numărătorul P(x) nu se anulează în x_0, atunci se calculează limitele laterale.

- Pentru a calcula limita funcţiei raţionale la $\pm\infty$ se compară gradul numărătorului cu gradul numitorului.