

### Proprietățile integralei definite

**P1. (Proprietatea de liniaritate).** Fie  $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  două funcții integrabile pe  $[a, b]$  și  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Atunci:

- funcția  $f + g$  este integrabilă pe  $[a, b]$  și  $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$
- funcția  $\alpha f$  este integrabilă pe  $[a, b]$  și  $\int_a^b (\alpha f)(x) dx = \alpha \int_a^b f(x) dx$ .

**P2. (Proprietatea de aditivitate la interval).** Fie  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  și  $c \in (a, b)$  astfel încât  $f$  să fie integrabilă pe intervalele  $[a, c]$  și  $[c, b]$ . Atunci  $f$  este integrabilă pe  $[a, b]$  și are loc relația

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

**P3. (Pozitivitatea integralei).** Fie  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție integrabilă pe  $[a, b]$  astfel încât

$$f(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]. \text{ Atunci } \int_a^b f(x) dx \geq 0$$

**P4. (Monotonia integralei).** Fie  $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  funcții integrabile pe  $[a, b]$  astfel încât

$$f(x) \leq g(x), \forall x \in [a, b]. \text{ Atunci } \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$$

**P5. (Inegalitatea mediei).** Fie  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție integrabilă pe  $[a, b]$  și  $m, M \in \mathbb{R}$  astfel

$$\text{încât } m \leq f(x) \leq M, \forall x \in [a, b]. \text{ Atunci are loc relația } m(b - a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b - a)$$

**P6. (Modulul integralei).** Fie  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție continuă. Atunci  $|f|$  este funcție integrabilă

$$\text{pe } [a, b] \text{ și are loc inegalitatea } \left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$$