Rezolvarea unor cazuri de nedeterminare folosind regulile lui l'Hopital

1. Regula lui l'Hospital pentru cazul de nedeterminare $\frac{0}{0}$:

Fie I un interval din $\mathbb{R}$, x_0 un punct de acumulare al acestuia şi $f, g : I \to \mathbb{R}$. Dacă:

- funcţiile f, g sunt derivabile pe $I \setminus \{x_0\}$
- $g'(x) \neq 0, \forall x \in I \setminus \{x_0\}$
- $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0} g(x) = 0$
- există limita $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \in \overline{\mathbb{R}}$

atunci $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$.

2. Regula lui l'Hospital pentru cazul de nedeterminare $\frac{\infty}{\infty}$:

Fie I un interval din $\mathbb{R}$, x_0 un punct de acumulare al acestuia şi $f, g : I \to \mathbb{R}$. Dacă:

- funcţiile f, g sunt derivabile pe $I \setminus \{x_0\}$
- $g'(x) \neq 0, \forall x \in I \setminus \{x_0\}$
- $\lim\limits_{x \to x_0} |f(x)| = \lim\limits_{x \to x_0} |g(x)| = +\infty$
- există limita $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \in \overline{\mathbb{R}}$

atunci $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$.

Observaţie. Cazurile de nedeterminare $\infty - \infty, 0 \cdot \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty$ pot fi aduse la unul din cazurile $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$.