

Sisteme simetrice

Definiție. O ecuație cu două necunoscute se numește simetrică, dacă înlocuind o necunoscută cu cealaltă, ecuația nu se schimbă.

Exemplu: $2x + 7xy + 2y = 10$.

Proprietate. Dacă o ecuație simetrică are soluția (x', y') atunci ea admite și soluția (y', x') .

Definiție. Un sistem format din ecuații simetrice se numește sistem simetric.

Un sistem de forma:

$$\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$$

se numește **sistem simetric fundamental**, iar acesta se rezolvă utilizând suma și produsul rădăcinilor ecuației de gradul al doilea. Se formează ecuația de gradul al doilea cu necunoscuta t :

$$t^2 - st + p = 0,$$

având rădăcinile t_1, t_2 .

Soluțiile sistemului simetric fundamental vor fi:

$$x = t_1, y = t_2 \text{ și } x = t_2, y = t_1 \Rightarrow S = \{(t_1, t_2); (t_2, t_1)\}.$$

Metoda de rezolvare a sistemelor simetrice cu necunoscutele x și y

- 1) Se introduc două necunoscute noi: $s = x + y$ și $p = xy$
- 2) Se exprimă ecuațiile sistemului în s și p
- 3) Se rezolvă sistemul cu necunoscutele s și p
- 4) Cu valorile obținute pentru s și p se revine la substituție și se rezolvă sistemul simetric fundamental.