Derivate laterale

1. Derivata la stânga

Fie $f : A \to \mathbb{R}$ şi $x_0 \in A, A \cap (-\infty, x_0) \neq \varnothing.$

Definiţie. Funcţia f are derivată la stânga în x_0 dacă limita

$$\lim_{x \to x_0, x < x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$ există în $\overline{\mathbb{R}}.$

Această limită se notează $f'_s(x_0)$ şi se numeşte **derivata la stânga a funcţiei** f **în punctul** x_0**.**

Spunem că funcţia f este **derivabilă la stânga în** x_0 dacă derivata la stânga în x_0 există şi este finită.

2. Derivata la dreapta

Fie $f : A \to \mathbb{R}$ şi $x_0 \in A, A \cap (x_0, +\infty) \neq \varnothing.$

Definiţie. Funcţia f are derivată la stânga în x_0 dacă limita

$$\lim_{x \to x_0, x > x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$ există în $\overline{\mathbb{R}}.$

Această limită se notează $f'_d(x_0)$ şi se numeşte **derivata la dreapta a funcţiei** f **în punctul** x_0**.**

Spunem că funcţia f este **derivabilă la dreapta în** x_0 dacă derivata la dreapta în x_0 există şi este finită.

3. Existenţa derivatei într-un punct folosind derivatele laterale

Teoremă.

- Funcţia f **are derivată în** x_0 dacă şi numai dacă f are derivate laterale în x_0 şi $f'_s(x_0) = f'_d(x_0) = f'(x_0).$
- Funcţia f **este derivabilă în** x_0 dacă şi numai dacă f este derivabilă la stânga şi la dreapta în x_0 şi $f'_s(x_0) = f'_d(x_0) = f'(x_0).$