

Morfisme și izomorfisme de grupuri

Definiții. Fie $(G, \circ), (G', *)$ două grupuri.

- O funcție $f : G \rightarrow G'$ se numește **morfism** de grupuri dacă $f(x \circ y) = f(x) * f(y), \forall x, y \in G$.
- O funcție $f : G \rightarrow G'$ se numește **izomorfism** de grupuri dacă f este morfism și f este bijectivă.
- Grupurile $(G, \circ), (G', *)$ se numesc **grupuri izomorfe** dacă între ele există cel puțin un izomorfism de grupuri. Notăție: $G \simeq G'$.

Teoremă. Fie $(G, \cdot), (G', \cdot)$ două grupuri cu elementele neutre e, e' și $f : G \rightarrow G'$ un morfism de grupuri. Atunci:

- $f(e) = e'$
- $f(x^{-1}) = (f(x))^{-1}, \forall x \in G$
- $f(x^n) = (f(x))^n, \forall x \in G, \forall n \in \mathbb{Z}$.

Teoremă. Compunerea a două morfisme de grupuri este tot un morfism de grupuri.

Definiții. Fie (G, \cdot) un grup.

- Un morfism $f : G \rightarrow G$ se numește **endomorfism** al grupului G .
- Un izomorfism $f : G \rightarrow G$ se numește **automorfism** al grupului G .